

# MAT 4100 GALOIS TEORİSİ ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad:.....

20.04.2022

No :.....

**Soru 1)** -240 derecelik bir dönme dönüşümünü matematiksel olarak ifade ediniz. (20 puan)

$\alpha$  derecelik bir dönme dönüşümü  $\rho : re^{i\theta} \rightarrow re^{i(\theta+\alpha)}$  şeklindedir. O halde -240 derecelik, bir başka deyişle  $-4\pi/3$  radyanlık bir dönmenin matematiksel ifadesi  $\rho : re^{i\theta} \rightarrow re^{i(\theta-4\pi/3)}$  şeklindedir.  $-4\pi/3$  yerine denk olarak  $2\pi/3$  yazılabileceğinden bu dönüşüm aynı zamanda  $\rho : re^{i\theta} \rightarrow re^{i(\theta+2\pi/3)}$  olarak da ifade edilebilir.

**Soru 2)** Bir kürenin simetri grubunu elde ediniz ve nedenini açıklayınız. (20 puan)

Küreyi hangi yönde kaç derecelik açıyla döndürürsek döndürelim başlangıçtakiyle aynı şekille karşılaşıyoruz. Bu da kürenin simetrisi grubunun sonsuz mertebeli olduğunu gösterir.

**Soru 3)** Bir grupta, çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliği gerçekleşir mi? Açıklayınız. (20 puan)

Bir grup, tek işlemlilik bir cebirsel yapıdır. Çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliği ise adından da anlaşılacağı gibi iki farklı işlem gerektirir. Dolayısıyla dağılma özelliğini kullanabileceğimiz en küçük yapı, bir halkadır. Gruplarda bu mümkün değildir.

**Soru 4)** Galois teorisinin iki temel problemini yazınız. (20 puan)

1) Polinom denklemlerin çözümlerini araştırmak. (5 ve daha büyük dereceli polinom denklemlerin metodolojik bir çözüm yolu yoktur).

2) Polinomlar, cisimler ve gruplar arasındaki ilişkileri ortaya koymak.

**Soru 5)** Beşinci dereceden bir polinomda köklerin ikiserli çarpımlarının toplamını elde ediniz. (20 puan)

$P(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f = 0$  polinom denkleminin kökleri  $x_1, x_2, x_3, x_4$  ve  $x_5$  ise

$P(x) = a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)(x-x_5)$  yazılabilir. Buradan parantezler açıldığında

$$P(x) = a[x^5 - (x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)x^4 + (x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_1x_5+x_2x_3+x_2x_4+x_2x_5+x_3x_4+x_3x_5+x_4x_5)x^3 - (x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_2x_5+x_1x_3x_4+x_1x_3x_5+x_1x_4x_5+x_2x_3x_4+x_2x_3x_5+x_2x_4x_5+x_3x_4x_5)x^2 + (x_1x_2x_3x_4+x_1x_2x_3x_5+x_1x_2x_4x_5+x_1x_3x_4x_5+x_2x_3x_4x_5)x - x_1x_2x_3x_4x_5]$$
$$= 0$$

elde edilir. Köklerin ikiserli çarpımlarının toplamı  $x^3$  içeren terimin katsayısı olduğundan

$$x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_1x_5+x_2x_3+x_2x_4+x_2x_5+x_3x_4+x_3x_5+x_4x_5 = c/a$$

elde edilir.

**Not:** Süre 40 dakikadır. Başarılar. İNC